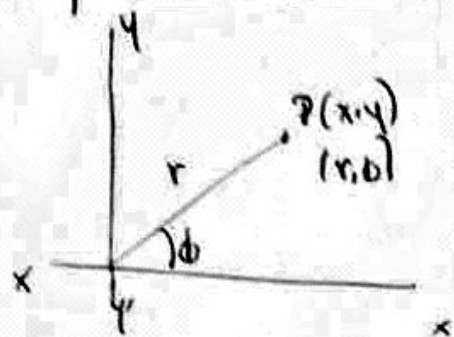
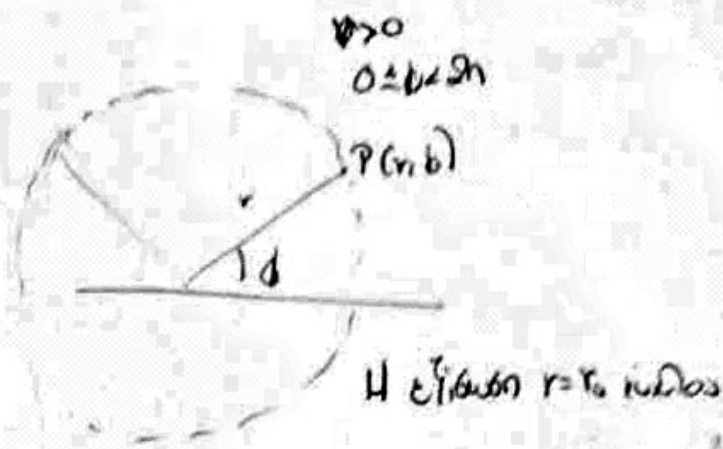


2. Καρτεσιανό - πολικό



$$\begin{aligned}x &= r \cos \phi \\y &= r \sin \phi \\r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ \phi &= \text{Arctan } y/x\end{aligned}$$



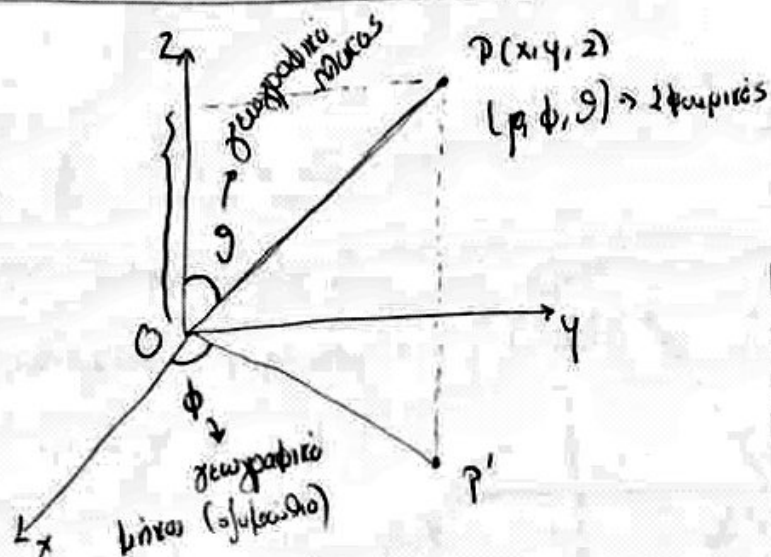
π.χ. η $\rho = \frac{4}{2 - \sin \phi}$ σε πολικά. Σε καρτεσιανός

$$\Rightarrow 4 = 2\rho - \rho \sin \phi \Rightarrow 4 = 2\sqrt{x^2 + y^2} - y \Rightarrow (4 + y)^2 = 4(x^2 + y^2)$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4y^2 - y^2 - 16 - 8y = 0 \Rightarrow 4x^2 + 3y^2 - 8y - 16 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(\dots)x^2}{(\dots)} + \frac{(\dots)y^2}{(\dots)} = 1 \quad \text{εξίσωση / κύκλος.}$$

ΣΦΑΙΡΙΚΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΜΕΝΕΣ



$$\begin{aligned}0 &\leq \phi < 2\pi \\0 &\leq \theta < \pi \\ \rho &> 0\end{aligned} \quad (\text{μονοσήμια})$$

$$\begin{aligned}x &= \rho \sin \theta \cos \phi \\y &= \rho \sin \theta \sin \phi \\z &= \rho \cos \theta\end{aligned}$$

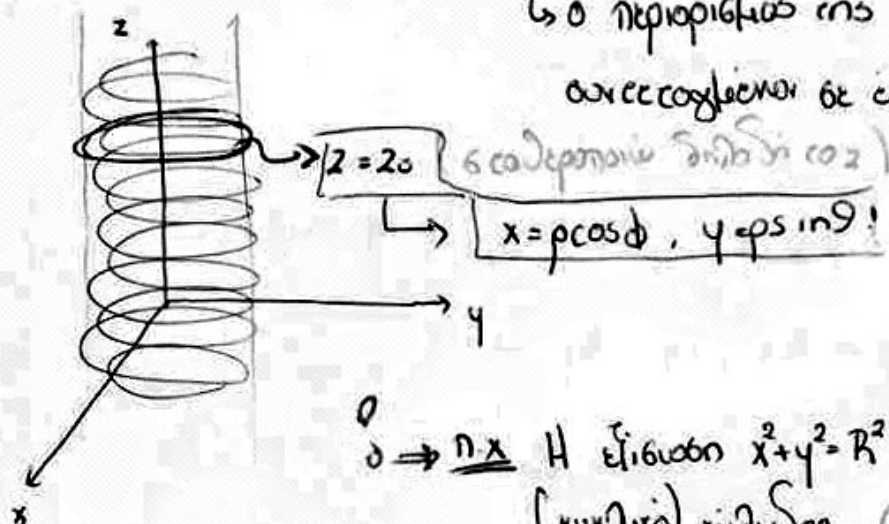
και αντίστροφα: $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad \phi = \text{Arctan } y/x, \quad \theta = \text{Arc cos } \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

Παραδειγμα: η εξίσωση $\rho = \rho_0$ περιγράφει σφαίρα ακτίνας ρ_0 .



ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ

↳ ο περιγραφικός της μελέτης των σφαιρικών συντεταγμένων σε έναν κύλινδρο.

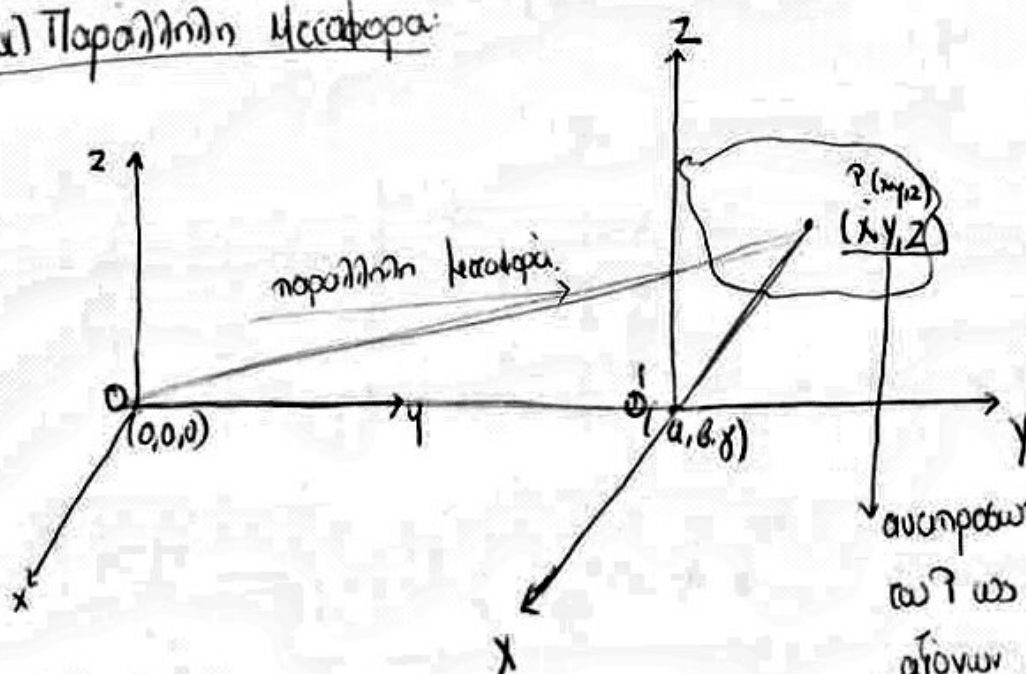


0 $\Rightarrow$ η Η εξίσωση $x^2 + y^2 = R^2$ (κύλινδρος) στο $\mathbb{R}^3$ περιγράφει (κυκλικό) κύλινδρο. (έχω $z=0$ είναι κυκλικό στο επίπεδο - στο xy - οπότε κυκλικό κύλινδρο)

ρ^2 παράσταση κύλινδρο

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΩΝ:

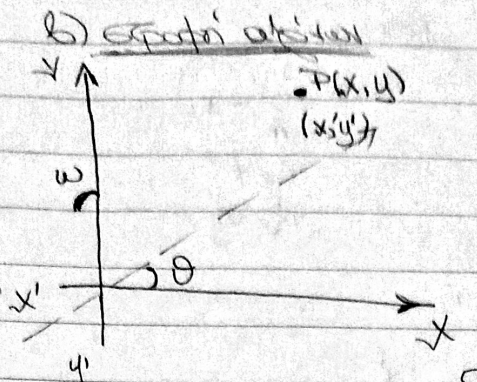
(α) Παράλληλη Μεταφορά:



Τι σχέση έχουν
τα x, y, z αναγράφει
τα x, y, z !!!

αναγράφονται ως συντεταγμένες
αφ' ου ηρω την νέα αρχή
αξόνων ο'

2D space



$$\begin{cases} x = x' \cdot \cos \theta - y' \cdot \sin \theta \\ y = x' \cdot \sin \theta + y' \cdot \cos \theta \end{cases}$$

* αν $\theta = \omega$

$$\rightarrow \begin{cases} x = x' \cdot \cos \omega - y' \cdot \sin \omega \\ y = x' \cdot \sin \omega + y' \cdot \cos \omega \end{cases} \begin{cases} \text{μετασχηματισμός} \\ \text{αποτελεσμάτων σε} \\ \text{εφαπτή αξόνων} \\ \text{υπό γωνία } \omega. \end{cases}$$

Εφαρμογή: Στο επίπεδο Oxy δίνεται η $x^2 + y^2 + 2x + 4y = 0$ (*).
Να γίνει κατάλληλη μετατόπιση του Oxy , έτσι ώστε η (*) να στερείται τριγωνομετρικών όρων.

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2x + 4y = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 - 5 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 = 5$$

γ) Παράλληλη μεταφορά + εστιακή (κατά γωνία $\phi (= \omega)$) $\rightarrow$ υπό διακύβη (α, β).

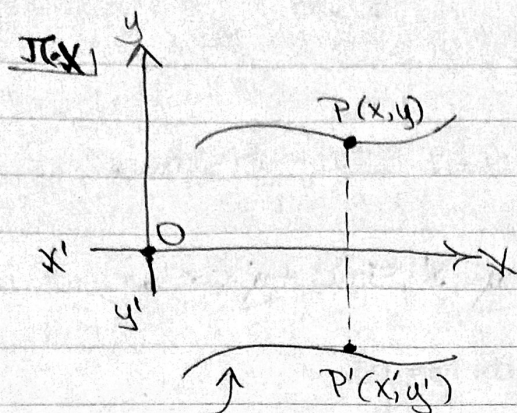
Οι τύποι του εστιακού των μετακινήσεων αυτής

$$\begin{cases} x = x' \cdot \cos \phi - y' \cdot \sin \phi + \alpha \\ y = x' \cdot \sin \phi + y' \cdot \cos \phi + \beta \end{cases}$$

Ορισμός: Ορίζουμε ως γεωμετρικό μετασχηματισμό $\phi = E \rightarrow E$ μια απεικόνιση, η οποία απεικονίζει σημεία $P \in E$ σε $(\mathbb{R}^n \cap \mathbb{R}^n = E)$ $\phi(P) \in E$. Η ϕ παράγεται σαν $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ ή $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ $\rightarrow$ Ευκλείδους χώρος

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{X}' = \vec{A} \vec{X} \rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$





συμμετρία ανακλάται ως προς xx'

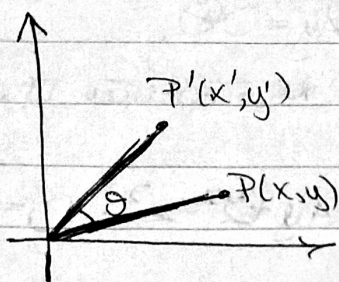
ΑΝΑΚΛΑΣΗ

$$A_{\phi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

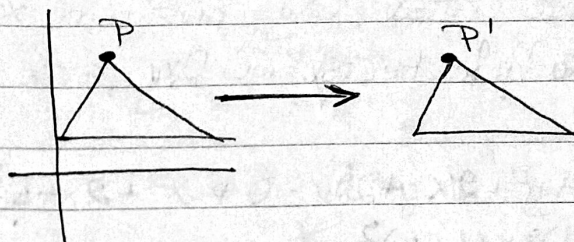
$$x' = x$$

$$y' = -y$$

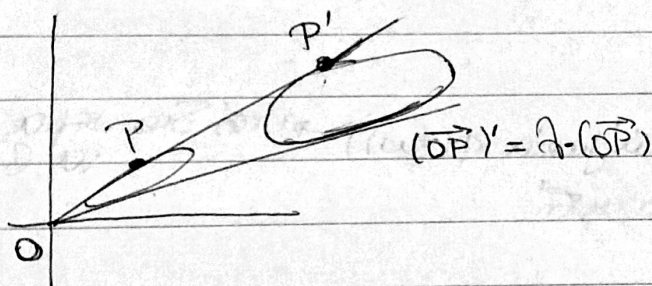
Εξίσωση κατά γωνία θ



Παραβολή με κατάθλιψη



Ομοιοθεσία/ομοιότητα



► Στην εξίσωση κατά γωνία θ έχουμε:

$$x = a \cdot \cos \omega$$

$$y = a \cdot \sin \omega$$

$$\begin{cases} x' = a \cdot \cos(\omega + \theta) = a \cdot (\cos \omega \cos \theta - \sin \omega \sin \theta) \\ y' = a \cdot \sin(\omega + \theta) = a \cdot (\sin \omega \cos \theta + \cos \omega \sin \theta) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = (a \cos \omega) \cos \theta - (a \sin \omega) \sin \theta \\ y' = (a \sin \omega) \cos \theta + (a \cos \omega) \sin \theta \end{cases}$$

⊗

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = x \cos \theta - y \sin \theta \\ y' = \dots \end{cases}$$